

## 17<sup>TH</sup> INTERNATIONAL SCIENTIFIC SEMINAR "MATHEMATICAL MODELS AND MODELING IN LASER-PLASMA PROCESSES & ADVANCED SCIENCE TECHNOLOGIES" (LPPM3-2018)

V.I. MAZHUKIN

Keldysh Institute of Applied Mathematics of RAS  
Moscow, Russia  
e-mail: vim@modhef.ru

**Keywords:** Mathematical modeling, laser-plasma processes, laser technologies, laser plasma, laser action, computational mathematics, Russian space, scientific life

**Abstract.** The results of the Seventeenth International Scientific Seminar "Mathematical Models and Modeling in Laser-Plasma Processes & Advanced Science Technologies" (LPPM3-2018), held from 28 May to 1 June 2018 in Montenegro (Budva), were briefly summarized by the program committee of the seminar.

### 1 INTRODUCTION

From May 28 to June 1, 2018, the 17th International Scientific Seminar "Mathematical Models and Modeling in Laser-Plasma Processes & Advanced Science Technologies" (LPPM3-2018) took place in Montenegro, Budva. Figure 1 presents participants of LPPM3-2018 at the opening day. Seminar organizers: Keldysh Institute of Applied Mathematics of Russian Academy of Sciences, A.M. Prokhorov General Physics Institute of Russian Academy of Sciences, University of Montenegro (Podgorica), Forum of University Professors and Researchers of Montenegro, Scientific Journal "Mathematica Montisnigri".

### 2 MAIN CHARACTERISTICS OF THE SEMINAR

More than 70 well-known scientists from Russia, Montenegro, France, Great Britain took part in the Seminar in 2018. From Russia, scientific results were presented by researchers from five Institutes of the Russian Academy of Sciences, six research centers and universities. Montenegro was represented by researchers at the University of Montenegro. France was represented by the University of Paris-Saclay, Great Britain - Queen Mary's University of London.

The seminar still has the information support of the international scientific journal *Mathematica Montisnigri*. In 2018, the articles on LPPM3-2018 will be published on the pages of 42th and 43th journal's volumes. The publication in the journal of innovative articles that have scientific novelty and passed approbation at the Seminar, contributes to the development of mathematical science, demonstrates to the scientific community the possibilities of the methodology of mathematical modeling.

All reports were made on the main scientific topics within the framework of two sections.

Section I. Laser-plasma processes, laser action.

- Laser ablation - experiment, theory statement of the problem.
- Continuum and atomistic models.

**2010 Mathematics Subject Classification:** 00B20, 00A66, 97M10, 97M50.

**Key words and Phrases:** Proceedings of conferences of general interest, Mathematical Modeling, Computational Mathematics, Laser Technology, Parallel/Distributed Computing, Heterogeneous Computational Technologies, Russian Space, Advanced Science Technology.

- Simulation of various modes of laser action on materials.
- Generation of nanoparticles and nanostructures by ultrashort laser pulses.
- Non-equilibrium low temperature laser plasma.
- Plasma theory and simulation.
- Mathematical modeling and computer experiment in applied problems.

#### Section II. Advanced science technologies.

- Models and algorithms for high performance computing.
- Models of mathematical physics and complex analysis.
- Russian space.
- Advanced scientific technologies in humanitarian knowledge.
- Mathematical methods in biology.

The seminar traditionally keeps an interdisciplinary focus, based on the scientific methodology of mathematical modeling, which allows to unite scientists working in different subject areas: mathematics, physics, chemistry, biology, medicine, economics, history.



Fig. 1. Participants of the seminar LPPM3-2018 at the opening day.

The main scientific directions of the seminar were formulated in invited papers. One of the main topics discussed was the problems of short-pulse (nanosecond) laser action on condensed media and methods for their solution. Three invited reports were devoted to this area. The sequence of complex phenomena initiated by short nanosecond laser pulses upon irradiation of metal surfaces was considered in two aspects: theoretical and experimental.

According to the results of theoretical studies, the main tool of which is mathematical modeling, in the report [1], presented by the Keldysh Institute of Applied Mathematics of RAS, (Russia), a complex sequence of events that occur during and after the end of the laser pulse was analyzed. The presented results were obtained within the complex of continuum models: 1D - RGD model, conjugated with the multifront model of phase transformations in the Al target.

The problem of studying nanosecond laser ablation with the help of molecular dynamical modeling was considered in the report [2] presented by the A.M. Prokhorov General Physics Institute of RAS (Russia).

The results of an experimental study of nanosecond ablation by laser pulses and their theoretical analysis were presented in an invited paper [3] presented by the University Paris-Saclay (France).

Another discussed direction of the seminar was the problems of developing numerical methods in the context of improving modeling results in various subject areas. The report [4] is devoted to the construction of exact solutions of equations of hyperbolic type containing a discontinuity. The paper shows the construction of discontinuous solutions for the quasilinear transport equation and the system of shallow water equations with the use of the characteristic approach, the urgency of constructing analytical solutions for complex problems of applied importance is noted.

Recently, the topic "Models and algorithms for high-performance computing", which was reinforced in 2018, was presented by an invited report [5]. The report presents effective technology and software solutions on graphics processors (GPU) of the problem of modern oil and gas engineering related to increasing oil recovery of oil reservoirs by preventing the phenomena of unstable (incomplete) oil displacement. Software solutions of the problem are based on the use of distributed computing and parallelization of graphical calculations using modern shader technologies. The proposed technology includes the construction on the GPU of a polygonal isosurface model, its arbitrary flat section, as well as the visualization of the isosurface model in mono and stereo mode.

The traditional topic is "Russian space" within the framework of the section "Advanced science technologies". In the invited report [6] the retrospective and prospects of space research at the Keldysh Institute of Applied Mathematics of RAS (Russia) since the creation of the Soviet R-7 rocket which brought on the orbit world's first Earth artificial satellite to modern international space research projects. During the sectional discussions, the problems of observing space objects, developing observational systems and statistical processing of the obtained data, and modeling problems of operator-controlled robots were considered.

The problems outlined in the invited papers were discussed during the sessions of the sections. The diagram (Figure 2) shows the quantitative characteristics of the reports submitted by scientific organizations for discussion at the sessions of the sections. Among the scientific centers presenting scientific results at the LPPM3 seminar, the Keldysh Institute of Applied Mathematics of RAS has recently retained the leading position in the number of scientific reports submitted. The share of reports submitted by scientists from the University of Montenegro has increased. A consequence of this was a change in the thematic structure of the reports. As compared to 2017, the number of reports devoted to high-performance computing, molecular dynamics modeling, computational methods, models of mathematical physics has increased significantly.

In the topic "Models of mathematical physics and complex analysis " the problems of numerical methods development in context of improvement of simulation results in various subject areas were discussed. In particular the discontinuous Galerkin method for problems with shock waves is discussed [7]. This method has a number of advantages inherent in both finite-element and finite-difference approximations. It provides a given order of accuracy on smooth solutions and can be used for grids of arbitrary structure. Difference schemes of the method of support operators [8] for the equations of the theory of elasticity in displacements are debated. Such approximations preserve the properties of divergence, self-adjointness and sign-definiteness of differential operators, and applicable to the solution of non-stationary problems of hydrodynamics with allowance for elastic processes.

For the numerical solution of three-dimensional diffusion equations a self-adaptive Chebyshev iterative method is presented [9]. This algorithm is capable of evaluating an unknown lower bound of the discrete operator spectrum. It is shown that adaptive procedure ensures the convergence of the adaptive method with computational costs close to the costs of the Chebyshev method, which uses the exact boundaries of the spectrum.

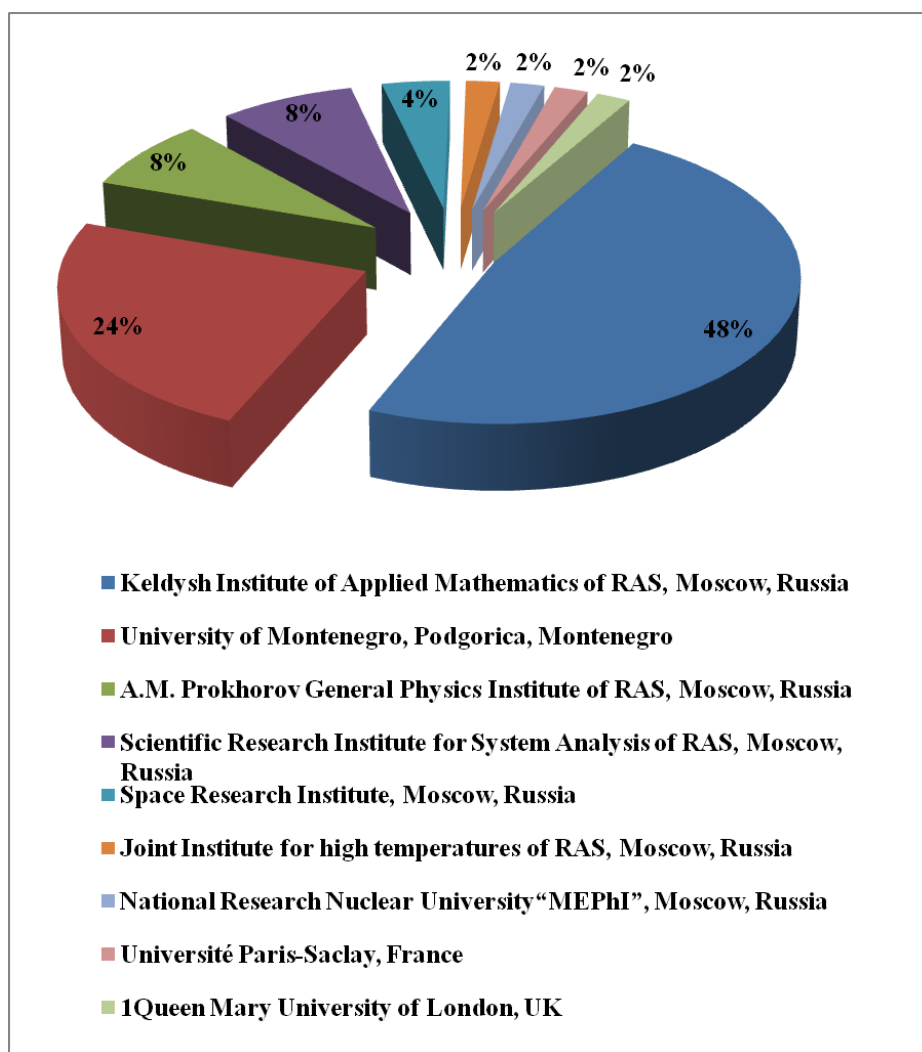


Fig. 2. Structure of reports on scientific organizations of speakers.

The molecular dynamics modeling methodology (MDM) was discussed, and the growing importance in the studies of the atomistic approach associated with the development of computing facilities was noted. A new technique for modeling liquid molecular systems in different spaces and time scales simultaneously with a consistent transition between scales was presented in the report [10]. Within the framework of the molecular dynamics methodology, the results of studies of the properties of metals [11] and semiconductors [12] in the melting range and critical phenomena were presented.

The increase in the share of reports presented by scientists of the University of Montenegro (Fig. 2) reinforced the theme of the fundamental aspects of complex analysis, the n-dimensional bialgebra. The following reports were presented.

- Complex analysis. In this area, the results of studies of various spaces of analytic and harmonic functions were presented [13 - 16];
- Algebra. The results of investigations of various algebraic structures, such as hypernormal rings and semisimple n-dimensional bialgebras, are presented [17, 18];
- Dynamic systems. The results of a study of the motion of particles on a compact Lie group are presented, the swarm model developing on the 3-D sphere [19-21];
- Graph theory. Molecular graphs have been studied in this field [22].

Within the framework of the section "Advanced science technologies" in the topic "Mathematical Methods in Biology", the problems of modeling in biomedicine including the problems of multichannel analysis of data, allowing to restore the structure and dynamics of complex systems, such as the human body, including the brain, heart and muscles [23]; modeling of non-stationary processes of infection spread.

Materials of the LPPM3-2018 conference can be found at <https://lppm3.ru/historyeng/history-of-programmes> .

### 3 SEMINAR DECISIONS

The following decisions were made:

- In every possible way to strengthen and develop international scientific cooperation in the field of application of methods of mathematical modeling;
- To maintain the basic principles of the Seminar, strengthening its interdisciplinary, involving, scientists from various fields of science;
- To hold in 2019 the 18th International Scientific Seminar LPPM3, the 10th held in Montenegro.

Detailed information on the preparation of the seminar, the materials of the speeches and the results of the annual sessions can be found on the website: <http://lppm3.ru/>.

Chairman of the Program Committee, Professor V.I. Mazhukin.

### 4 REFERENCES

- [1] V.I. Mazhukin, M.M.Demin, A.V.Shapranov, A.V. Mazhukin. Dynamics of expansion of a laser-plasma torch during nanosecond ablation of an Al target in an ambient gas. XVII International Seminar Mathematical Model & Modeling in Laser-Plasma Processes & Advanced Science Technologies. Program and Abstracts. Budva, Montenegro, pp.34-36, 2018.
- [2] A.A. Samokhin, V.I. Mazhukin, M.M. Demin, A.V. Shapranov, A.E. Zubko. Density fluctuations in nanosecond laser ablation of liquid Al film. XVII International Seminar Mathematical Model & Modeling in Laser-Plasma Processes & Advanced Science Technologies. Program and Abstracts. Budva, Montenegro, pp.24-25, 2018.
- [3] Semerok, C. Jabbour, J. Simonnet, S.V. Fomichev, J.-L. Lacour, M. Tabarant, F. Chartier. Near-field laser heating of solid samples for nano ablation: modeling and experimental study. XVII International Seminar Mathematical Model & Modeling in Laser-Plasma Processes & Advanced Science Technologies. Program and Abstracts. Budva, Montenegro, p.26, 2018.

- [4] V.P. Varin, Yu.A. Kriksin, P.A. Kuchugov, M.E. Ladonkina, O.A. Necliudova, V.F. Tishkin. Construction of exact solutions of some hyperbolic type equations containing discontinuities spread over an uniform background. XVII International Seminar Mathematical Model & Modeling in Laser-Plasma Processes & Advanced Science Technologies. Program and Abstracts. Budva, Montenegro, pp. 32-33, 2018.
- [5] M.V. Mikhaylyuk, P.Yu. Timokhin, D.V. Omelchenko. Visualizer of processes of unstable oil displacement from porous media. XVII International Seminar Mathematical Model & Modeling in Laser-Plasma Processes & Advanced Science Technologies. Program and Abstracts. Budva, Montenegro, pp. 37-38, 2018.
- [6] G.K. Borovin, A.V. Grushevskii, M.V. Zakhvatkin, G.S. Zaslavsky, V.A. Stepanyantz, A.G. Tuchin, D.A. Tuchin, V.S. Yaroshevsky. Space research in the Keldysh Institute of Applied Mathematics of RAS: past, present, future. XVII International Seminar Mathematical Model & Modeling in Laser-Plasma Processes & Advanced Science Technologies. Program and Abstracts. Budva, Montenegro, pp. 27-31, 2018.
- [7] M.E. Ladonkina, O.A. Neklyudova, V.V. Ostapenko, V.F. Tishkin. Research of the accuracy of discontinuous Galerkin method for problems with shock waves. XVII International Seminar Mathematical Model & Modeling in Laser-Plasma Processes & Advanced Science Technologies. Program and Abstracts. Budva, Montenegro, pp. 73-74, 2018.
- [8] Yu.A. Poveshchenko, V.A. Gasilov, M.E. Ladonkina, V.O. Podryga. Difference schemes of support operator method for equations of elasticity theory in cylindrical geometry. XVII International Seminar Mathematical Model & Modeling in Laser-Plasma Processes & Advanced Science Technologies. Program and Abstracts. Budva, Montenegro, pp. 69-70, 2018.
- [9] O.B. Feodoritova, V.T. Zhukov, M.M. Krasnov. Self-adaptive Chebyshev iterative method. XVII International Seminar Mathematical Model & Modeling in Laser-Plasma Processes & Advanced Science Technologies. Program and Abstracts. Budva, Montenegro, p. 72, 2018.
- [10] I.A. Korotkin, S.A. Karabasov, D.A. Nerukh. Hybrid molecular dynamics – between atomistic and hydrodynamic scales. XVII International Seminar Mathematical Model & Modeling in Laser-Plasma Processes & Advanced Science Technologies. Program and Abstracts. Budva, Montenegro, p. 42, 2018.
- [11] V.I. Mazhukin, M.M. Demin, A.A. Aleksashkina. Atomistic modeling of thermophysical properties of copper in a wide temperature range. XVII International Seminar Mathematical Model & Modeling in Laser-Plasma Processes & Advanced Science Technologies. Program and Abstracts. Budva, Montenegro, pp. 40-41, 2018.
- [12] O.N. Koroleva, A.V. Mazhukin. Modeling of the silicon thermophysical properties in the region of melting. XVII International Seminar Mathematical Model & Modeling in Laser-Plasma Processes & Advanced Science Technologies. Program and Abstracts. Budva, Montenegro, pp. 43-44, 2018.
- [13] Ž. Pavićević. New proof of the theorems picard for analytical and meromorphic function of the complex plane. XVII International Seminar Mathematical Model & Modeling in Laser-Plasma Processes & Advanced Science Technologies. Program and Abstracts. Budva, Montenegro, p. 62, 2018
- [14] Romeo Meštrović, Žarko Pavićević. On Privalov spaces on the unit disk as the Hardy-Orlicz classes. XVII International Seminar Mathematical Model & Modeling in Laser-Plasma Processes & Advanced Science Technologies. Program and Abstracts. Budva, Montenegro, p. 80, 2018
- [15] Vujadinović Djordjije. Two-sided norm estimate for the Bergman projection on the harmonic Besov space. XVII International Seminar Mathematical Model & Modeling in Laser-Plasma Processes & Advanced Science Technologies. Program and Abstracts. Budva, Montenegro, p. 66, 2018

- [16] Marijan Marković. Estimates of harmonic functions. XVII International Seminar Mathematical Model & Modeling in Laser-Plasma Processes & Advanced Science Technologies. Program and Abstracts. Budva, Montenegro, p. 81, 2018
- [17] Sanja Jancic Rasovic, Irina Cristea. On a class of d-division hypernear-rings. XVII International Seminar Mathematical Model & Modeling in Laser-Plasma Processes & Advanced Science Technologies. Program and Abstracts. Budva, Montenegro, p. 64, 2018
- [18] V.A. Artamonov, B. Zekovich. Pierce decomposition of semisimple  $n$ -ary bialgebras. XVII International Seminar Mathematical Model & Modeling in Laser-Plasma Processes & Advanced Science Technologies. Program and Abstracts. Budva, Montenegro, p. 78, 2018
- [19] Jacimovic Vladimir. Collective motion of interacting particles on compact Lie groups. XVII International Seminar Mathematical Model & Modeling in Laser-Plasma Processes & Advanced Science Technologies. Program and Abstracts. Budva, Montenegro, p. 65, 2018
- [20] Dakić Jelena, Kankaraš Milica. Swarms on the 3-sphere. XVII International Seminar Mathematical Model & Modeling in Laser-Plasma Processes & Advanced Science Technologies. Program and Abstracts. Budva, Montenegro, p. 76, 2018
- [21] Kankaraš Milica, Dakić Jelena. Distributed consensus in multi-agent systems on lie groups  $S^3$  and  $SO(3)$ . XVII International Seminar Mathematical Model & Modeling in Laser-Plasma Processes & Advanced Science Technologies. Program and Abstracts. Budva, Montenegro, p. 77, 2018
- [22] Goran Popivoda, Žana Kovijanić Vukićević, Vladimir Božović. On some molecular descriptors. XVII International Seminar Mathematical Model & Modeling in Laser-Plasma Processes & Advanced Science Technologies. Program and Abstracts. Budva, Montenegro, p. 88, 2018
- [23] S. Rykunov, M. Ustinin. Reconstruction of the functional structure of complex systems by the massive solution of the inverse problems. XVII International Seminar Mathematical Model & Modeling in Laser-Plasma Processes & Advanced Science Technologies. Program and Abstracts. Budva, Montenegro, p. 56, 2018

## 17-Й МЕЖДУНАРОДНЫЙ НАУЧНЫЙ СЕМИНАР «МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ И МОДЕЛИРОВАНИЕ В ЛАЗЕРНО-ПЛАЗМЕННЫХ ПРОЦЕССАХ & ПЕРЕДОВЫХ НАУЧНЫХ ТЕХНОЛОГИЯХ» (LPPM3-2018)

**В.И. МАЖУКИН**

Институт прикладной математики им. М.В. Келдыша РАН  
Москва, Россия  
e-mail: vim@modhef.ru

**Ключевые слова:** Математическое моделирование, лазерно-плазменные процессы, лазерные технологии, лазерная плазма, лазерное воздействие, вычислительная математика, Русский космос, научная жизнь

**Аннотация.** Результаты Семнадцатого Международного научного семинара «Математические модели и моделирование в лазерно-плазменных процессах & передовых научных технологиях» (LPPM3-2018), проходившего 28 мая по 1 июня 2018 года в Черногории (г.Будва), кратко обобщены программным комитетом семинара.

### 1 ВВЕДЕНИЕ

С 28 мая по 1 июня 2018 года в городе Будва (Черногория) состоялся 17-й Международный научный семинар «Математические модели и моделирование в лазерно-плазменных процессах & Передовых научных технологиях» (LPPM3-2018) На рис.1 представлена фотография участников семинара LPPM3-2018 в день открытия. Организаторы семинара: Институт прикладной математики им. М.В. Келдыша Российской академии наук, Институт общей физики им. А.М. Прохорова Российской академии наук, Университет Черногории (Подгорица), Форум профессоров и исследователей Черногории, Научный журнал «Mathematica Montisnigri».

### 2 ОСНОВНЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ СЕМИНАРА

В работе Семинара 2018 года приняли участие более 70 известных ученых из России, Черногории, Франции, Великобритании. Из России научные результаты были представлены исследователями пяти Институтов Российской Академии Наук, шести научных центров и университетов. Черногорию представляли исследователи Университета Черногории. Франция была представлена университетом Париж-Саклай, Великобритания – Лондонским университетом королевы Марии.

По-прежнему Семинар получает информационную поддержку научного журнала «Mathematica Montisnigri». По докладам, вызвавшим наибольший интерес участников Семинара в 2018 году, на страницах 42 и 43 томов журнала будут опубликованы статьи. Публикация на страницах журнала инновационных статей, обладающих научной новизной и прошедших апробацию на Семинаре, вносит вклад в развитие

**2010 Mathematics Subject Classification:** 00B20, 00A66, 97M10, 97M50.

**Key words and Phrases:** Proceedings of conferences of general interest, Mathematical Modeling, Computational Mathematics, Laser Technology, Parallel/Distributed Computing, Heterogeneous Computational Technologies, Russian Space, Advanced Science Technology.



математической науки, демонстрирует научному сообществу возможности методологии математического моделирования.



Рис. 1. Участники семинара LPPM3-2018 в день открытия.

Все доклады были сделаны по основным научным темам в рамках двух секций  
Секция I. Лазерно-плазменные процессы, лазерное воздействие.

- Лазерная абляция - эксперимент, теория, постановки задач.
- Континуальные и атомистические модели.
- Моделирование различных режимов лазерного воздействия на материалы.
- Генерация наночастиц и наноструктур ультракороткими лазерными импульсами.
- Неравновесная низкотемпературная лазерная плазма.
- Теория плазмы и вычислительный эксперимент.
- Математическое моделирование и вычислительный эксперимент в прикладных проблемах

Секция II. Передовые научные технологии.

- Модели и алгоритмы для высокопроизводительных вычислений
- Модели математической физики и комплексный анализ.
- Русский космос.
- Передовые научные технологии в гуманитарных знаниях.
- Математические методы в биомедицине.

Семинар традиционно сохраняет междисциплинарную направленность, основывающуюся на научной методологии математического моделирования, которая позволяет объединить ученых работающих в различных предметных областях: математике, физике, химии, биологии, медицине, экономике, истории.

Основные научные направления семинара были сформулированы в приглашенных докладах. Одним из основных обсуждаемых направлений стали проблемы короткоимпульсного (наносекундного) лазерного воздействия на конденсированные среды и методы их решения. Этому направлению было посвящено три приглашенных доклада. Последовательность сложных явлений, инициируемых короткими наносекундными лазерными импульсами при облучении металлических поверхностей, была рассмотрена в двух аспектах: теоретическом и экспериментальном.

По результатам теоретических исследований, основным инструментом которых является математическое моделирование, в докладе [1], представленном ИПМ им. М.В. Келдыша РАН (Россия), была проанализирована сложная последовательность событий, которые происходят во время и после окончания лазерного импульса. Представленные результаты были получены в рамках комплекса континуальных моделей: 1D – РГД модели, сопряженной с многофронтной моделью фазовых превращений в Al мишени.

Проблема исследования наносекундной лазерной абляции с помощью молекулярно динамического моделирования была рассмотрена в докладе [2], представленном ИОФ им. А.М. Прохорова РАН (Россия).

Результаты экспериментального исследования наносекундной абляции лазерными импульсами и их теоретический анализ были представлены в приглашенном докладе [3], представленном Университетом Париж-Саклай (Франция).

Другим обсуждаемым направлением семинара стали проблемы разработки численных методов в контексте улучшения результатов моделирования в различных предметных областях. Построению точных решений уравнений гиперболического типа, содержащих разрыв, посвящен доклад [4]. В докладе показано построение разрывных решений для квазилинейного уравнения переноса и системы уравнений мелкой воды с использованием характеристического подхода, отмечается актуальность построения аналитических решений для сложных задач, имеющих прикладное значение.

Недавно появившееся на семинаре, но усилившееся в 2018 году, направление «Модели и алгоритмы для высокопроизводительных вычислений», было представлено приглашенным докладом [5]. В докладе представлена эффективная технология и программные решения на графических процессорах (GPU) проблемы современного нефтегазового инжиниринга, связанной с повышением нефтеотдачи нефтеносных пластов за счет предотвращения явлений неустойчивого (неполного) вытеснения нефти. Программные решения проблемы основаны на использовании распределенных вычислений и распараллеливании графических расчетов с помощью современных шейдерных технологий. Предлагаемая технология включает в себя построение на GPU полигональной модели изоповерхности, ее произвольного плоского сечения, а также визуализацию модели изоповерхности в моно- и стереорежиме.

Традиционной на семинаре стала тематика «Русский космос». Приглашенный доклад [6], показал ретроспективу и перспективы исследований космической тематики в ИПМ им. М.В. Келдыша РАН (Россия) от периода создания ракеты-носителя Р-7, которая вывела на земную орбиту первый в мире искусственный спутник Земли, до современных международных проектов исследования космоса. В ходе секционных обсуждений рассматривались проблемы наблюдения за космическими объектами, развития систем наблюдения и статистической обработки полученных данных, проблемы моделирования управляемых оператором роботов.

Проблемы, намеченные в приглашенных докладах, обсуждались в ходе заседаний секций. На диаграмме (рис. 2) показана количественная характеристика докладов, представленных научными организациями для обсуждения на заседаниях секций. Первенство по количеству представленных научных докладов на семинаре LPPM3 в 2018 году среди научных центров сохраняет Институт прикладной математики им. М.В. Келдыша РАН. Следствием этого стало изменение тематической структуры докладов. По сравнению с 2017 годом значительно увеличилось количество докладов посвященных высокопроизводительным вычислениям, молекулярно-динамическому моделированию, вычислительным методам, моделям математической физики.

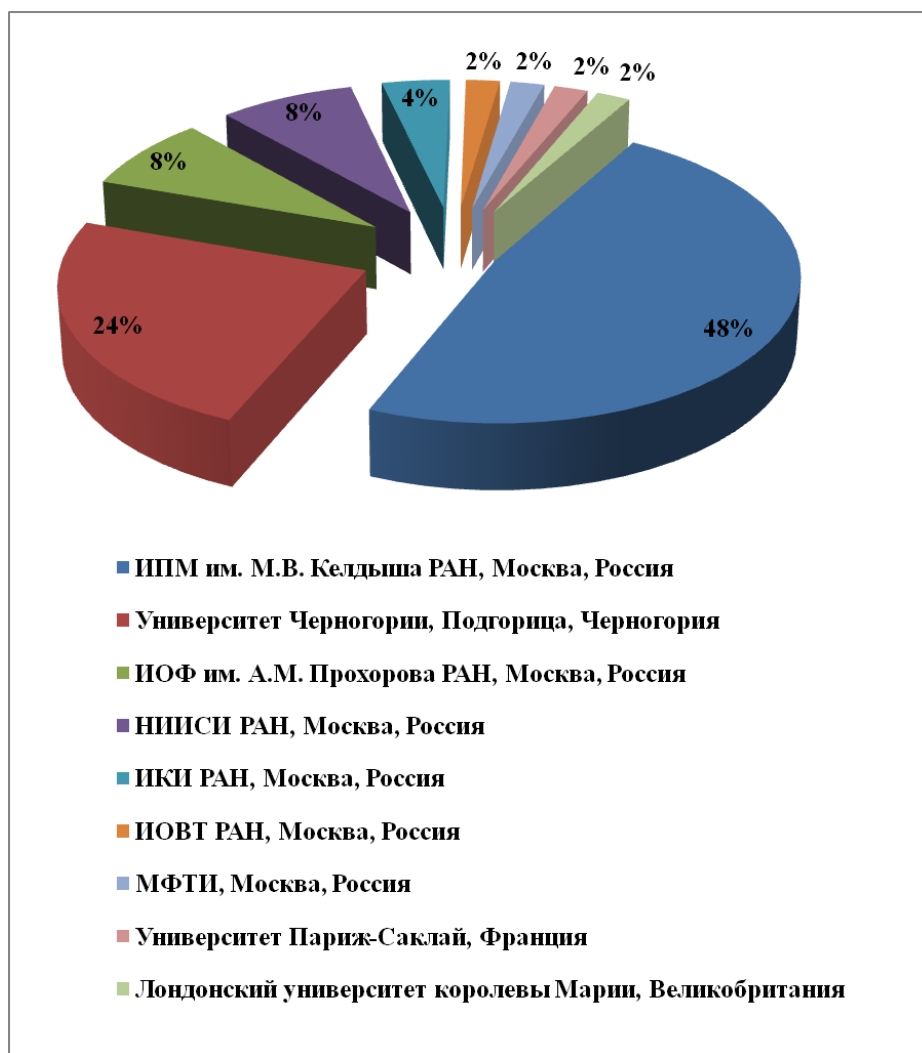


Рис. 2. Структура докладов по научным организациям докладчиков.

В разделе «Модели математической физики и и комплексный анализ» обсуждались проблемы разработки численных методов в контексте улучшения результатов моделирования в различных предметных областях. В частности, обсуждался разрывный метод Галеркина для задач с ударными волнами [7]. Этот метод имеет ряд преимуществ, присущих как конечно-элементным, так и конечно-разностным

приближениям. Он обеспечивает заданный порядок точности на гладких решениях и может использоваться для сеток произвольной структуры. Обсуждались разностные схемы метода опорных операторов [8] для уравнений теории упругости в смещениях. Такие аппроксимации сохраняют свойства расходимости, самосопряженности и знакоопределенности дифференциальных операторов и применимы к решению нестационарных задач гидродинамики с учетом упругих процессов. Для численного решения трехмерных уравнений диффузии представлен самоадаптивный итерационный метод Чебышева [9]. Этот алгоритм способен оценить неизвестную нижнюю границу дискретного спектра оператора. Показано, что адаптивная процедура обеспечивает сходимость адаптивного метода с вычислительными затратами, близкими к затратам метода Чебышева, который использует точные границы спектра.

Обсуждалась молекулярно-динамическая методология моделирования (МДМ), было отмечено возрастающее значение в исследованиях атомистического подхода, связанного с развитием вычислительных средств. Новая методика моделирования жидких молекулярных систем в разных пространствах и временных масштабах одновременно с последовательным переходом между масштабами была представлена в докладе [10]. В рамках молекулярно-динамической методологии были представлены результаты исследований свойств металлов [11] и полупроводников [12] в области плавления и критических явлений.

Увеличение доли докладов, представленных учеными Университета Черногории (рис.2) усилило тематику фундаментальных аспектов комплексного анализа,  $n$ -мерной биналгебры. Были представлены доклады по следующим направлениям.

- Комплексный анализ. В этой области были представлены результаты исследований различных пространств аналитических и гармонических функций [13 - 16];
- Алгебра. Представлены результаты исследований разных алгебраических структур, таких как гипернормальные кольца и полупростые  $n$ -мерные биналгебры [17, 18];
- Динамические системы. Представлены результаты исследования движения частиц на компактной группе Ли, модель роя развивающуюся на 3-D сфере [19 -21]
- Теория графов. В этой области исследовались молекулярные графы [22].

В рубрике «Математические методы в биологии» рассматривалось проблемы моделирования в биомедицине, в том числе проблемы многоканального анализа данных, позволяющего восстановить структуру и динамику сложных систем, таких как человеческое тело, включая мозг, сердце и мышцы [23]; моделирования нестационарных процессов распространения инфекций.

Материалы выступлений участников конференции LPPM3-2018 можно найти на сайте <https://lppm3.ru/en/historyeng/history-of-programmes>.

### 3 РЕШЕНИЯ СЕМИНАРА

Были приняты следующие решения:

- всемерно усиливать и развивать международное научное сотрудничество в области применения методов математического моделирования;
- поддерживать основные принципы Семинара, усиливая его междисциплинарность, привлекая для этого ученых из различных областей науки;

- провести в 2019 году 18-й Международный научный семинар LPPM3, десятый в Черногории.

Подробную информацию о подготовке семинара, материалах выступлений и итогах ежегодных сессий можно найти на сайте: <http://lppm3.ru/>.

Председатель Программного Комитета, профессор В.И. Мажукин.

#### 4 REFERENCES

- [1] V.I. Mazhukin, M.M.Demin, A.V.Shapranov, A.V. Mazhukin. Dynamics of expansion of a laser-plasma torch during nanosecond ablation of an Al target in an ambient gas. XVII International Seminar Mathematical Model & Modeling in Laser-Plasma Processes & Advanced Science Technologies. Program and Abstracts. Budva, Montenegro, pp.34-36, 2018.
- [2] A.A. Samokhin, V.I. Mazhukin, M.M. Demin, A.V. Shapranov, A.E. Zubko. Density fluctuations in nanosecond laser ablation of liquid Al film. XVII International Seminar Mathematical Model & Modeling in Laser-Plasma Processes & Advanced Science Technologies. Program and Abstracts. Budva, Montenegro, pp.24-25, 2018.
- [3] Semerok, C. Jabbour, J. Simonnet, S.V. Fomichev, J.-L. Lacour, M. Tabarant, F. Chartier. Near-field laser heating of solid samples for nano ablation: modeling and experimental study. XVII International Seminar Mathematical Model & Modeling in Laser-Plasma Processes & Advanced Science Technologies. Program and Abstracts. Budva, Montenegro, p.26, 2018.
- [4] V.P. Varin, Yu.A. Kriksin, P.A. Kuchugov, M.E. Ladonkina, O.A. Necliudova, V.F. Tishkin. Construction of exact solutions of some hyperbolic type equations containing discontinuities spread over an uniform background. XVII International Seminar Mathematical Model & Modeling in Laser-Plasma Processes & Advanced Science Technologies. Program and Abstracts. Budva, Montenegro, pp. 32-33, 2018.
- [5] M.V. Mikhaylyuk, P.Yu. Timokhin, D.V. Omelchenko. Visualizer of processes of unstable oil displacement from porous media. XVII International Seminar Mathematical Model & Modeling in Laser-Plasma Processes & Advanced Science Technologies. Program and Abstracts. Budva, Montenegro, pp. 37-38, 2018.
- [6] G.K. Borovin, A.V. Grushevskii, M.V. Zakhvatkin, G.S. Zaslavsky, V.A. Stepanyantz, A.G. Tuchin, D.A. Tuchin, V.S. Yaroshevsky. Space research in the Keldysh Institute of Applied Mathematics of RAS: past, present, future. XVII International Seminar Mathematical Model & Modeling in Laser-Plasma Processes & Advanced Science Technologies. Program and Abstracts. Budva, Montenegro, pp. 27-31, 2018.
- [7] M.E. Ladonkina, O.A. Neklyudova, V.V. Ostapenko, V.F. Tishkin. Research of the accuracy of discontinuous Galerkin method for problems with shock waves. XVII International Seminar Mathematical Model & Modeling in Laser-Plasma Processes & Advanced Science Technologies. Program and Abstracts. Budva, Montenegro, pp. 73-74, 2018.
- [8] Yu.A. Poveshchenko, V.A. Gasilov, M.E. Ladonkina, V.O. Podryga. Difference schemes of support operator method for equations of elasticity theory in cylindrical geometry. XVII International Seminar Mathematical Model & Modeling in Laser-Plasma Processes & Advanced Science Technologies. Program and Abstracts. Budva, Montenegro, pp. 69-70, 2018.
- [9] O.B. Feodoritova, V.T. Zhukov, M.M. Krasnov. Self-adaptive Chebyshev iterative method. XVII International Seminar Mathematical Model & Modeling in Laser-Plasma Processes & Advanced Science Technologies. Program and Abstracts. Budva, Montenegro, p. 72, 2018.
- [10] I.A. Korotkin, S.A. Karabasov, D.A. Nerukh. Hybrid molecular dynamics – between atomistic and hydrodynamic scales. XVII International Seminar Mathematical Model & Modeling in Laser-Plasma Processes & Advanced Science Technologies. Program and Abstracts. Budva, Montenegro, p. 42, 2018.

- [11] V.I. Mazhukin, M.M. Demin, A.A. Aleksashkina. Atomistic modeling of thermophysical properties of copper in a wide temperature range. XVII International Seminar Mathematical Model & Modeling in Laser-Plasma Processes & Advanced Science Technologies. Program and Abstracts. Budva, Montenegro, pp. 40-41, 2018.
- [12] O.N. Koroleva, A.V. Mazhukin. Modeling of the silicon thermophysical properties in the region of melting. XVII International Seminar Mathematical Model & Modeling in Laser-Plasma Processes & Advanced Science Technologies. Program and Abstracts. Budva, Montenegro, pp. 43-44, 2018.
- [13] Ž. Pavićević. New proof of the theorems picard for analytical and meromorphic function of the complex plane. XVII International Seminar Mathematical Model & Modeling in Laser-Plasma Processes & Advanced Science Technologies. Program and Abstracts. Budva, Montenegro, p. 62, 2018
- [14] Romeo Meštrović, Žarko Pavićević. On Privalov spaces on the unit disk as the Hardy-Orlicz classes. XVII International Seminar Mathematical Model & Modeling in Laser-Plasma Processes & Advanced Science Technologies. Program and Abstracts. Budva, Montenegro, p. 80, 2018
- [15] Vujadinović Djordjije. Two-sided norm estimate for the Bergman projection on the harmonic Besov space. XVII International Seminar Mathematical Model & Modeling in Laser-Plasma Processes & Advanced Science Technologies. Program and Abstracts. Budva, Montenegro, p. 66, 2018
- [16] Marijan Marković. Estimates of harmonic functions. XVII International Seminar Mathematical Model & Modeling in Laser-Plasma Processes & Advanced Science Technologies. Program and Abstracts. Budva, Montenegro, p. 81, 2018
- [17] Sanja Jancic Rasovic, Irina Cristea. On a class of d-division hypernear-rings. XVII International Seminar Mathematical Model & Modeling in Laser-Plasma Processes & Advanced Science Technologies. Program and Abstracts. Budva, Montenegro, p. 64, 2018
- [18] V.A. Artamonov, B. Zekovich. Pierce decomposition of semisimple  $n$ -ary bialgebras. XVII International Seminar Mathematical Model & Modeling in Laser-Plasma Processes & Advanced Science Technologies. Program and Abstracts. Budva, Montenegro, p. 78, 2018
- [19] Jacimovic Vladimir. Collective motion of interacting particles on compact Lie groups. XVII International Seminar Mathematical Model & Modeling in Laser-Plasma Processes & Advanced Science Technologies. Program and Abstracts. Budva, Montenegro, p. 65, 2018
- [20] Dakić Jelena, Kankaraš Milica. Swarms on the 3-sphere. XVII International Seminar Mathematical Model & Modeling in Laser-Plasma Processes & Advanced Science Technologies. Program and Abstracts. Budva, Montenegro, p. 76, 2018
- [21] Kankaraš Milica, Dakić Jelena. Distributed consensus in multi-agent systems on lie groups  $S^3$  and  $SO(3)$ . XVII International Seminar Mathematical Model & Modeling in Laser-Plasma Processes & Advanced Science Technologies. Program and Abstracts. Budva, Montenegro, p. 77, 2018
- [22] Goran Popivoda, Žana Kovijanić Vukićević, Vladimir Božović. On some molecular descriptors. XVII International Seminar Mathematical Model & Modeling in Laser-Plasma Processes & Advanced Science Technologies. Program and Abstracts. Budva, Montenegro, p. 88, 2018
- [23] S. Rykunov, M. Ustinin. Reconstruction of the functional structure of complex systems by the massive solution of the inverse problems. XVII International Seminar Mathematical Model & Modeling in Laser-Plasma Processes & Advanced Science Technologies. Program and Abstracts. Budva, Montenegro, p. 56, 2018